平成２１年度入試の、数学の問題を解説します。

本校の数学の最後の問題は、よく「難しい」という受験生の声が聞こえます。なぜ「難しい」という声が多いのでしょうか？

それは、今まで見たことのないような分野の問題を出題しているからです。しかし、問題自体は決して難しくありません。扱っている題材は、日常見かけるものが多く、順々に追っていけば、必ず解けるようになっています。文章は長いですが、決して諦めず、問題に取り組んでみてください。

では一緒に考えていきましょう。

問題

正 n 角形 (n は３以上の自然数) を作図するときと同じように，正$\frac{m}{l}$角形 ($m>l$，$m \geqq 3$ で m と l は互いに約分できない数) を作図することとする。

例　正$\frac{5}{2}$角形のとき

手順①　コンパスで円を書く。

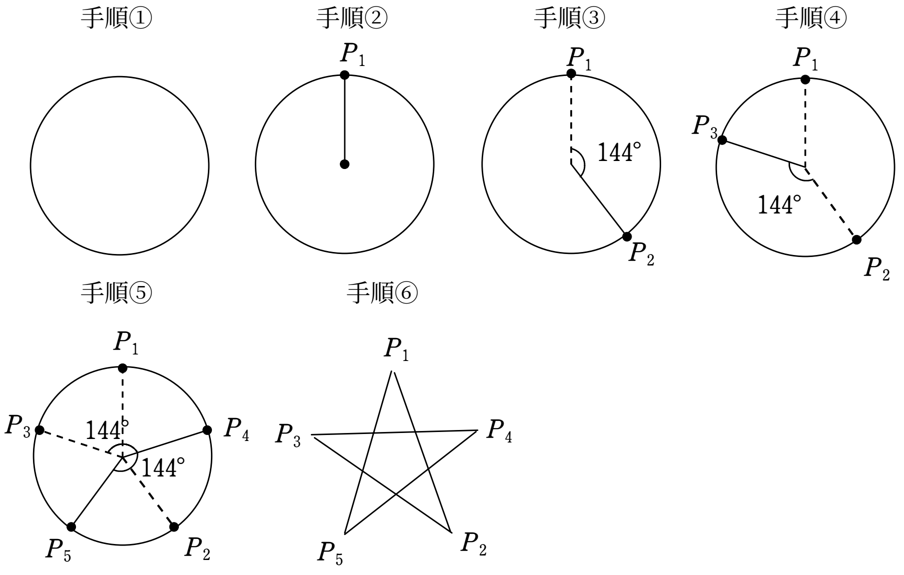
手順②　中心から１本の半径を書き，円周との交点をP_1とする。

手順③　$360° \div \frac{5}{2} = 144°$ を求め，手順②で引いた線から144° をとり，円周との交点を P_2 とする。

手順④　手順③で引いた線から144° をとり，円周との交点を P_3 とする。

手順⑤　以下，手順④を繰り返し，円周との交点を 次々にP_4，P_5，… とし，手順②で作った点 P_1 と重なるまでこの作業を続ける。

手順⑥　$P_1, P_2, \cdots, P_5, P_1$の順に結んでいく。



皆さんが日頃よく書く星の図形、実はこれには正$\dfrac{5}{2}$角形という名前がついているのです。

ではなぜ正$\dfrac{5}{2}$角形がこの形になるのでしょう。

皆さんは、正５角形を上の手順で書く時には、$360°÷5＝72°$ を計算し、ひとつの弧に対する中心角が $72°$ であることを求めますね。それと同じです。だから正$\dfrac{5}{2}$角形を書く時にも、手順③のように $360°÷\dfrac{5}{2}＝144°$ を計算します。

では、この式にはどのような意味があるのでしょうか。

$$\begin{aligned}&360°÷\frac{5}{2}\\&=360°×\frac{2}{5}\\&=360°÷5×2\\&=72°×2\end{aligned}$$

ということは……

ポイント!

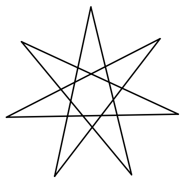
「360° を５等分し，その２つ分で（１つ飛ばして）線を結ぶ」

という意味になります。そして，

「５等分」の５は，正$\dfrac{5}{2}$角形の分子の５，「２つ分」の２は分母の２です。

どうですか？これがこの問題のポイント！このことがわかれば，この問題は攻略できます。

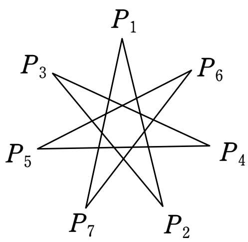
では、(1)です。

次の問いに答えなさい。 (1)　上の手順と同様に書いた下の図形は正何角形か答えなさい。 

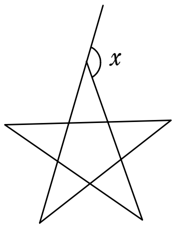
上の ポイント! の通り考えていくと…，

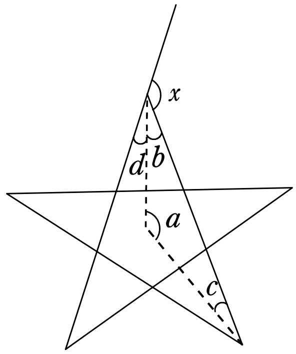
右の図は，P_1 から P_7 まで<u>７</u>等分し，その内の<u>３</u>つ分ずつ P_1 から P_2，P_2 から P_3，…と順に線を結んでいます。

したがってこの図形は，<u>$\dfrac{7}{3}$ 角形</u>です。



(2)　下の図の正$\dfrac{5}{2}$角形の外角 x を求めなさい。





これは正$\dfrac{5}{2}$角形ですから，右図の$\angle a$は144°ですね。

$b+c=180^\circ-144^\circ=36^\circ$

また，$b=c=d$ だから　$b+d$ も 36° です。

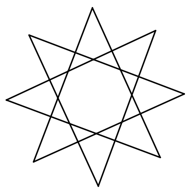
よって x は

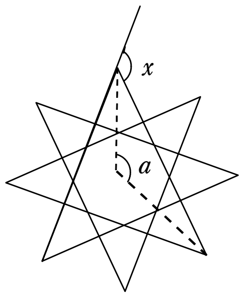
$180^\circ-(b+d)=180^\circ-36^\circ=\underline{144^\circ}$ となります。

この 144°，どこかで見た数字ですね。そう，始めに出てきた，$360^\circ\div\dfrac{5}{2}=144^\circ$ ですね。したがって，

正$\dfrac{m}{l}$角形のひとつの外角は，$360^\circ\div\dfrac{m}{l}$と同じ角度なのです。

(3)　下の図の外角の和を求めなさい。





ではこの図形のひとつの外角を考えてみましょう。

まずこの図形は正何角形でしょう。

(1)と同じように考えると，

「360° を８等分し，その３つ分で（２つ飛ばして）線を結んでいる」ので，

正$\dfrac{8}{3}$角形です。

とすると，$\angle a$ は $360^\circ\div\dfrac{8}{3}=135^\circ$ ですね。

(2)で学んだように，$\angle a$ と $\angle x$ は同じなので，$\angle x=135^\circ$ です。

気をつけてください！この問題は「外角の和」ですよ。

だから，$\angle x$ と同じものが８つあるので，

$135^\circ\times8=\underline{1080^\circ}$　が正解です。

ではこれはわかるかな？実際の試験には出なかった問題です。

特別問題

正n角形の外角の和は 360° です。

では，正$\dfrac{m}{l}$角形の外角の和はどのように表されるでしょう。

答は 360°×l です。できたかな？

いかがでしたか？たしかに文章は長いですが，(1)からじっくり考えていけばわかる問題だったでしょう？

本校の過去数年間の最後の問題にも挑戦してみてください。長い文章や順を追って考えることに慣れておくことが大切だと思います。

受験生の皆さん，試験までの残りの時間を，焦らず，体調に気をつけて受験の準備を進めてください。